

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <https://www.researchgate.net/publication/268995352>

Dynamic parameter identification of parallel robots starting from the measurement of joints position and forces

Article in *Revista Técnica de la Facultad de Ingeniería Universidad del Zulia* · August 2009

CITATIONS

0

READS

33

4 authors:



Miguel Díaz-Rodríguez

University of the Andes (Venezuela)

47 PUBLICATIONS 105 CITATIONS

[SEE PROFILE](#)



Vicente Mata

Universitat Politècnica de València

88 PUBLICATIONS 514 CITATIONS

[SEE PROFILE](#)



Nidal Farhat

Birzeit University

11 PUBLICATIONS 133 CITATIONS

[SEE PROFILE](#)



Sebastian Provenzano

University of the Andes (Venezuela)

39 PUBLICATIONS 73 CITATIONS

[SEE PROFILE](#)

Some of the authors of this publication are also working on these related projects:



User-Centered Design for Rehabilitation Robots Development [View project](#)

All content following this page was uploaded by [Miguel Díaz-Rodríguez](#) on 16 July 2015.

The user has requested enhancement of the downloaded file. All in-text references [underlined in blue](#) are added to the original document

Dynamic parameter identification of parallel robots starting from the measurement of joints position and forces

**Miguel Díaz-Rodríguez¹, Vicente Mata², Nidal Farhat²
y Sebastián Provenzano¹**

¹*Departamento de Tecnología y Diseño, Facultad de Ingeniería, Universidad de Los Andes, Núcleo la Hechicera. Mérida 5101A, Venezuela, Tfn: +58-274-2402810. dmiguel@ula.ve*

²*Departamento de Ingeniería Mecánica y de Materiales, Universidad Politécnica de Valencia. Camino de Vera s/n 46022 Valencia, España. vmata@mcm.upv.es*

Abstract

In this paper the dynamic parameter identification of parallel robots starting from the measurement of positions and forces in the actuators is addressed. Methods for obtaining the time derivatives from the measurement of the angular displacement are evaluated. The procedures used are: a) Local Fitting, b) Finite Fourier series and c) Central differences. The identification is carried out by means of a linear model, with respect to the inertial parameters, obtained from the Newton-Euler equations. Linear models are used for friction modelling in the robot joints. Finally the parameter identification is evaluated experimentally over a 3-RPS parallel robot.

Key words: Dynamic parameter identification, parallel robots, friction modelling.

Identificación de parámetros dinámicos de robot paralelos a partir de la medición del par y la posición en los actuadores

Resumen

El trabajo aborda el problema de identificación de parámetros dinámicos de robot paralelos a partir de la medición del par y la posición en los actuadores. Se evalúan los métodos de obtención de las derivadas temporales de la posición a partir de la medición del desplazamiento angular en los actuadores. Se emplean los procedimientos de: a) Ajuste local, b) Series finitas de Fourier y c) Diferencias centrales. La identificación se realiza mediante un modelo lineal, respecto a los parámetros inerciales, obtenido utilizando las ecuaciones de Newton-Euler. Se incluyen modelos lineales para el modelado de la fricción en las juntas del robot. Finalmente se identifican los parámetros dinámicos de un robot paralelo de configuración 3-RPS.

Palabras clave: Identificación de parámetros dinámicos, robot paralelos, fricción.

Introducción

En el área de los sistemas mecánicos se estudia la evolución del movimiento del sistema debido a las fuerzas y/o pares externos. La ecuación que define esta relación se denomina modelo

dinámico y su resolución presupone el conocimiento de un conjunto de parámetros subyacentes en el modelo: parámetros cinemáticos y dinámicos. La estimación de parámetros cinemáticos ha sido un tema ya abordado [1]. La necesidad de modelos más precisos, por la demanda en los

procesos industriales de robots operando a mayores velocidades, hacen que el tema de identificación de parámetros dinámicos sea de principal perspectiva de investigación [2]. Mas aún, es importante resaltar que la identificación de parámetros de robots paralelos es escasa [3].

La identificación de parámetros dinámicos consiste en ajustar la respuesta del modelo dinámico a datos experimentales medidos durante el movimiento del robot (fuerzas aplicadas, movimiento sistema). Las fuerzas aplicadas durante el ensayo se obtienen generalmente relacionando la corriente medida con las fuerzas aplicadas. La posición del sistema puede ser medida con precisión mediante medidores de posicionamiento angular. Generalmente, no se dispone de una medición directa de velocidad y aceleración. Por lo anterior, es necesario evaluar procedimientos para la determinación de las derivadas temporales a partir de la medición de la posición. En este trabajo, se elabora un estudio sobre las metodologías empleadas en la identificación para obtener las derivadas a partir de la medición de la posición en los actuadores. Los métodos consisten en: series finitas de Fourier (FS) [4] y mediante diferencias centrales (DC) [1]. Además, se propone emplear la técnica de ajuste local (AL) [5]. Para los experimentos se empleará un robot 3-RPS [3].

Seguidamente, se describen las ecuaciones que resuelven el problema dinámico de robots paralelos. Después, se presentan los procedimientos para la determinación de las derivadas temporales a partir de la medición de la posición de los actuadores. Posteriormente, se muestran los resultados de la identificación de un robot 3-RPS. Finalmente, se incluyen las conclusiones más relevantes.

Modelo Dinámico

Ecuaciones N-E cadena abierta en forma lineal respecto a los parámetros inerciales

La dinámica de una cadena abierta de n grados de libertad (DOF) puede ser obtenida de forma recursiva aplicando las ecuaciones de N-E [1]. Estas se expresan como,

$$\begin{aligned} {}^i \ddot{F}_i &= m_i \cdot {}^i \ddot{r}_{G_i} + {}^i R_{i+1} \cdot {}^{i+1} \ddot{F}_{i+1} \\ {}^i \ddot{\eta}_i &= I_{G_i} \cdot \dot{\omega}_i + \bar{\omega}_i \times I_{G_i} \cdot \bar{\omega}_i + \bar{r}_{O_i G_i} \times m_i \cdot {}^i \ddot{r}_{G_i} + \\ & {}^i R_{i+1} \cdot {}^{i+1} \ddot{\eta}_{i+1} \end{aligned} \quad (1)$$

Es necesario realizar operaciones de forma tal que la ecuación (1) quede rescrita de forma lineal respecto a los parámetros inerciales. La importancia de describir el modelo en forma lineal en parámetros radica en que las conocidas técnicas del álgebra lineal pueden ser empleada para la estimación de los parámetros. Con este fin, se expresa el tensor de inercia de cada barra con respecto a las coordenadas del sistema de referencia local ubicados en los nudos de la barra [6]. Adicionalmente se deben introducir los siguientes operadores matriciales,

El producto $\bar{a} \times \bar{b} = \tilde{a} \cdot b$, siendo:

$$\tilde{a} = \begin{pmatrix} 0 & -a_z & a_y \\ a_z & 0 & -a_x \\ -a_y & a_x & 0 \end{pmatrix} \text{ y } \bar{b} = [b_x \quad b_y \quad b_z]$$

El producto $\mathbf{B} \cdot \bar{a}$, siendo \bar{a} un vector de 1×3 y \mathbf{B} una matriz de 3×3 , se sustituye por el producto $\hat{a} \cdot \bar{B}$:

$$\hat{a} = \begin{pmatrix} a_x & a_y & a_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_x & 0 & a_y & a_z & 0 \\ 0 & 0 & a_x & 0 & a_y & a_z \end{pmatrix} \text{ y}$$

$$\bar{B} = [B_{xx} \quad B_{xy} \quad B_{xz} \quad B_{yy} \quad B_{yz} \quad B_{zz}]$$

Introduciendo los operadores, el modelo en forma lineal respecto a los parámetros queda,

$$\begin{aligned} {}^k \ddot{F}_k &= \sum_{i=k}^n {}^k R_i \cdot ({}^i \ddot{r}_{O_i} \cdot m_i + {}^i \ddot{\eta}_i \cdot m_i \bar{r}_{O_i G_i}) \\ {}^k \ddot{\eta}_k &= \sum_{i=k}^n {}^k R_i \cdot ({}^i \hat{\eta}_i \cdot {}^i \bar{I}_{O_i} + ({}^i \tilde{r}_{O_k O_i} \cdot {}^i \ddot{\eta}_i - {}^i \ddot{r}_{O_i}) \cdot \\ & m_i \bar{r}_{O_i G_i} + {}^i \tilde{r}_{O_k O_i} \cdot {}^i \ddot{r}_{O_i} \cdot m_i) \end{aligned} \quad (2)$$

siendo ${}^i \hat{\eta}_i = ({}^i \dot{\omega}_i + {}^i \tilde{\omega}_i {}^i \dot{\omega}_i)$ y ${}^i \ddot{\eta}_i = ({}^i \ddot{\omega}_i + {}^i \tilde{\omega}_i \dot{\omega}_i + {}^i \dot{\omega}_i \dot{\omega}_i)$. Los parámetros inerciales vienen dados por los componentes del tensor de inercia

$${}^i \bar{I}_i = [I_{xx_i} \quad I_{xy_i} \quad I_{xz_i} \quad I_{yy_i} \quad I_{yz_i} \quad I_{zz_i}]$$

los momentos de primer orden y la masa cada una de la barra $[mx_i \quad my_i \quad mz_i \quad m_i]^T$. Así, se tienen 10 parámetros debido a la dinámica de sólido rígido por cada barra en movimiento del robot paralelo. El modelo puede expresarse de forma matricial como,

$$K(\ddot{q}, \dot{q}, q) \cdot \ddot{\Phi} = \ddot{\tau}_i \quad (3)$$

Modelo dinámico en forma lineal respecto a los parámetros inerciales cadena cerrada

La ecuación (3) constituye el sistema de ecuaciones de un robot de cadena abierta. El modelo del robot paralelo se sustituye por uno equivalente formado por una serie de cadenas abiertas obtenidas luego de seccionar la cadena cerrada en una o varias de sus juntas. Las ecuaciones de restricción, debidas a la separación, son incluidas utilizando los multiplicadores de Lagrange λ [1].

$$K(\ddot{q}, \dot{q}, q) \cdot \ddot{\Phi} + A(\ddot{q})^T \ddot{\lambda} = \ddot{\tau}_i \quad (4)$$

La ecuación anterior puede separarse en función de las coordenadas independientes y dependientes, de esta forma, se pueden eliminar los multiplicadores de Lagrange obteniéndose,

$$(K^I + X^T K^D) \cdot \ddot{\Phi} = (\tau^I + X^T \tau^D) \quad (5)$$

donde $X = -A_D^{-1} \cdot A_I$. Es de resaltar que la ecuación tiene solución siempre y cuando la matriz A_D , no presente singularidades y sea por consiguiente invertible.

Modelo canónico

La ecuación (5) constituye la ecuación el modelo dinámico lineal en parámetros. El número de ecuaciones por cada postura del robot es igual al número de GDL. Si se tiene 10 parámetros inerciales por barra y además se incluye el modelado de la fricción, se tendrán un mayor número de parámetros que ecuaciones. A fin de obtener un mayor número de ecuaciones que permitan estimar los parámetros del sistema, la ecuación (5) puede aplicarse a distintas posturas del robot para una trayectoria determinada. De

esta forma, se da lugar al sistema lineal sobredimensionado,

$$W \cdot \ddot{\Phi} = \ddot{\tau} \quad (6)$$

donde W de $((n_{pts} \times n_{DOF}) \times 10n)$ se denomina *matriz de observación para una trayectoria específica*. Siendo n_{pts} el número de puntos de la trayectoria, n_{DOF} los grados de libertad del sistema y $\ddot{\Phi}$ es el vector de parámetros a identificar. Para mayor detalle sobre la construcción de la matriz de observación se puede referir al trabajo [3].

La ecuación (6) constituye un sistema lineal de ecuaciones donde se desconoce el valor de los parámetros inerciales agrupados en $\ddot{\Phi}$. La resolución del problema puede realizarse mediante Mínimos Cuadrados siempre y cuando la matriz W sea de rango completo. En el problema de identificación de parámetros dinámicos la matriz W es de rango deficiente debido a que no todos los parámetros influyen en la dinámica del robot. Existirán parámetros que no contribuyen del todo en la dinámica del robot, parámetros que influyen de forma independiente y parámetros que influyen bajo combinaciones lineales. Considérese el robot paralelo 3-RPS mostrado en la Figura 1 el cual presenta 7 barras móviles y un total de 70 parámetros inerciales. Las patas del robot van unidas a la base mediante un par de revolución que restringen el movimiento de la barra en el plano perpendicular al eje del par. De las componentes del tensor de inercia de la barra solo influirán en la dinámica aquellas asociadas al movimiento. En el caso en estudio solo la componente del tensor de inercia paralelo al eje del movimiento del par influye en la dinámica.

Ahora bien, no todos los 31 contribuyen de forma independiente sino bajo combinaciones lineales. En el robot en estudio se tiene que la inercia de la barra superior e inferior de la pata al estar unida por un par prismático presentan una velocidad angular igual por lo que la componente del tensor de inercia paralelo al movimiento pueden combinarse. En la Tabla 1 puede apreciarse este ejemplo en el parámetro 3. La determinación de las combinaciones lineales se realiza en este trabajo empleando un procedimiento basado en la descomposición en valores singulares (SVD) [7]. El modelo se reduce a los 25 parámetros mostrados en la Tabla 1.

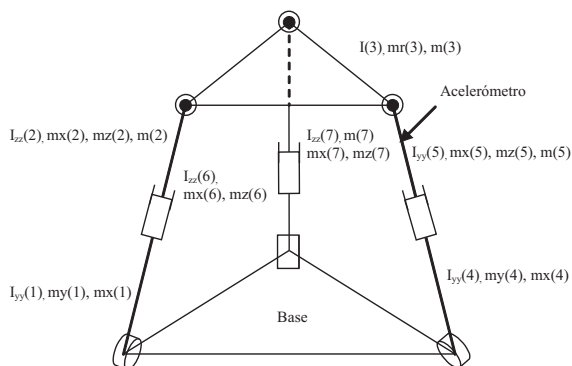


Figura 1. Esquema del Robot 3 GDL configuración 3RPS.

Modelos de fricción

Cualquier simulación realística del comportamiento de un sistema mecánico debe incluir el modelado de la fricción en las juntas o pares cinemáticas del robot [8]. El modelado matemático de la fricción ha sido objeto de una gran cantidad de trabajos (ver [9] para una revisión extensa). El modelo de fricción generalmente empleado [1, 3, 4] considera la fricción de Coulomb y fricción viscosa, este se puede expresar como,

$$\tau_{f_i} = F_c \cdot \text{signo}(\dot{q}_i) + F_v \cdot \dot{q}_i \quad (7)$$

El efecto Stribeck (modelado de la fricción a bajas velocidades), ha sido incluido mediante modelos lineales. Así Grotjahns *et al.* [10] proponen el siguiente modelo

$$\tau_{f_i} = F_c \cdot \text{signo}(\dot{q}_i) + F_v \cdot \dot{q}_i + F_s \cdot \dot{q}_i^{1/3} \quad (8)$$

La posibilidad de modelar la fricción con modelos lineales en parámetros permite que el modelo dinámico sea por ende lineal. El hecho de que las coordenadas generalizadas del sistema sean las coordenadas de nudos permite que la fricción en las juntas pueda ser incluida directamente en la ecuación (6) considerándola como parte del vector de fuerzas externas en las coordenadas generalizadas, τ^I para la fricción en las juntas independientes y τ^D para las juntas dependientes.

Obtención de las Variables Cinemáticas

La matriz de observación W en la ecuación (6) depende de las variables cinemáticas del robot, es decir depende de la posición, velocidad y aceleración del robot. Las derivadas temporales de la posición se obtienen por diferenciación numérica [1] entre otros o mediante el ajuste de la

Tabla 1
Parámetros Base Robot 3 RPS

Nº	Parámetros Base	Nº	Parámetros Base
1	$mx(1)$ [Kg m]	14	$mx(4)$ [Kg m]
2	$my(1)$ [Kg m]	15	$my(4)$ [Kg m]
3	$I_{zz}(1)+I_{yy}(2)$ [Kg m ²]	16	$I_{yy}(5)+I_{zz}(4)$ [Kg m ²]
4	$mx(2)$ [Kg m]	17	$m(5)-2.531my(3)+m(3)+m(2)$ [Kg]
5	$mz(2)$ [Kg m]	18	$mx(5)$ [Kg m]
6	$I_{xx}(3)-0.3952my(3)$ [Kg m ²]	19	$mz(5)$ [Kg m]
7	$I_{xy}(3)+0.2282my(3)$ [Kg m ²]	20	$mx(6)$ [Kg m]
8	$I_{xz}(3)$ [Kg m ²]		
9	$I_{yy}(3)+0.3952my(3)-0.2082(m(3)+m(2))$ [Kg m ²]	21	$my(6)$ [Kg m]
10	$I_{yz}(3)$	22	$I_{yy}(7)+I_{zz}(6)$ [Kg m ²]
11	$I_{zz}(3)-0.2082(m(3)+m(2))$ [Kg m ²]	23	$m(7)+2.531my(3)$ [Kg]
12	$mx(3)+0.5774my(3)-0.4563(m(3)+m(2))$ [Kg m]	24	$mx(7)$ [Kg m]
13	$mz(3)$ [Kg m]	25	$mz(7)$ [Kg m]

posición utilizando series finitas de Fourier [4] para luego derivar de forma simbólica y obtener la velocidad. Con el fin de profundizar en la obtención de las derivadas temporales la primera parte del trabajo se enfoca en realizar una comparación de los procedimientos para determinar la velocidad y la aceleración a partir de la medición de la posición. Para ello se comparara la aceleración medida en los actuadores con respecto a la obtenida mediante tres procedimientos. Se resume seguidamente los métodos empleados para la determinación de las derivadas temporales:

1. Filtrado de la señal medida mediante un filtro digital de paso bajo. Luego las derivadas son obtenidas mediante diferencias centrales.
2. Ajuste de los datos medidos a la una serie de Fourier usada en la generación de la trayectoria empleada en la identificación.
3. Ajuste local [5]. Se realiza una regresión local sobre los datos medidos.

Determinación experimental de la aceleración en el robot 3-RPS

Se emplearon acelerómetros para medir la aceleración en dos puntos de una de las patas, Figura 1. Se utilizaron diversas trayectorias, ob-

tenidas mediante procedimientos de optimización [18, 20]. Se repitió la trayectoria 10 veces y se registraron los valores de los acelerómetros a una frecuencia de muestreo de 1200 Hz. La repetición de la trayectoria permitió el promediado de la señal, la cual luego fue filtrada utilizando el procedimiento *decimate* (Matlab).

Resultados

En la Figura 2 se puede apreciar que la aceleración derivada mediante diferencias centrales y ajuste local, siguen con mayor precisión el comportamiento de la aceleración medida. Lo anterior en comparación con la obtenida mediante series de Fourier.

A fin de cuantificar lo anterior, se empleó el error cuadrático medio, el cual viene dado por,

$$\varepsilon_{RRM} = \sqrt{\frac{(Y_d - Y_m)^2}{N_{pts}}} \quad (9)$$

siendo Y_d , los valores calculados a partir de la coordenadas independientes, Y_m , el valor de la medición provista por los acelerómetros y N_{pts} número de datos utilizados. La Tabla 2 muestra los resultados de una trayectorias seleccionada

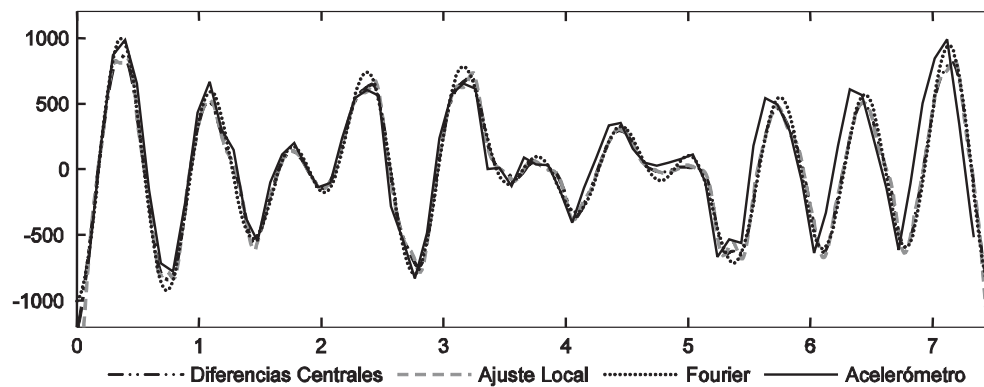


Figura 2. Aceleración medida y obtenida.

Tabla 2
Error cuadrático medio

	ε_{RRM} (DC)	ε_{RRM} (AL)	ε_{RRM} (FS)
Trayectoria 1	0.1093	0.1093	0.1186
Trayectoria 2	0.0840	0.0996	0.1118
Trayectoria 3	0.0689	0.0733	0.0781

de las diversas ensayadas. El error cuadrático medio utilizando diferencias centrales, es ligeramente inferior al obtenido mediante ajuste local. Ambos resultados son ligeramente inferiores al obtenido mediante series de Fourier. Los resultados aportados están en concordancia con las observaciones realizadas respecto a la Figura 2. Por tanto, las diferencias obtenidas, siguiendo los procedimientos, son muy pequeñas. En el robot en estudio ninguno de los métodos de regularización de señal permite valorar sobre la aplicación de un procedimiento respecto al otro. Sin embargo, ya que la obtención de trayectorias optimizadas mediante series de Fourier requiere de un control abierto del robot, las diferencias centrales y el ajuste local son una alternativa interesante para la identificación de robot que no se disponga del robot abierto (mayoría de robots industriales).

Resultados de la identificación de parámetros aplicados al robot 3-RPS

Luego de evaluar los métodos de obtención de la derivada de la señal de posición medida, las señales así obtenidas fueron empleadas para la identificación de los parámetros dinámicos del robot. Se codificó en Matlab un procedimiento para la construcción de la matriz de observación (W) del robot paralelo en estudio. Se diseñaron los experimentos de acuerdo con la técnica de optimización de trayectorias presentada por Swevers *et al.* [4]. El robot de configuración 3-RPS que se dispone, esta provisto de un sistema de control de posición (PDI) que registra la señal de par aplicado (en términos de la potencia suministrada al motor) y de desplazamiento (*encoders*). La frecuencia de muestreo es de 100 Hz. La señal mediada fue filtrada mediante un filtro de paso bajo Butterworth utilizando el procedimiento *filtfilt* (Matlab). El proceso de identificación parámetros

se realizó mediante la técnica de Mínimos Cuadrados,

El modelo dinámico incluyó los modelos de fricción descritos con anterioridad. Se desarrollaron diversas combinaciones que incluyen la hipótesis de nudos con fricción/no fricción y el tipo de modelo. Los dígitos designan el número de parámetros del modelo que se considera para los pares de revolución, prismáticos y esféricos respectivamente. El dígito (0) significa que no se considera fricción en nudo en cuestión, (2) y (3) implica el uso de un modelo con dos o tres parámetros. Adicionalmente, se incluyeron dos modelos de fricción con tres parámetros, un modelo de fricción viscosa simétrica y de Coulomb asimétrica y un modelo de tres parámetros de la ecuación (8). El primer modelo se indica como 3a y el segundo 3b. Los resultados se presentan en la Tabla 3 donde se emplea el error absoluto medio para estudiar la capacidad del modelo para predecir el comportamiento dinámico. En la Tabla 3 se aprecia que si no se considera modelos de fricción el error en la predicción (cuantificado como el error relativo absoluto) resulta elevado. Es de resaltar que los actuadores lineales utilizados tiene una fuerza de fricción aproximada del 20% de la carga máxima de trabajo. Los actuadores utilizados presentan una máxima de 2500 N por lo que la fricción oscila de forma aproximada entre 400 a 600 N. Si se compara con los pesos aproximados de las barras, 100 N por actuador, su modelado debe considerarse lo cual coincide con el observado experimentalmente. Además, que se observó que la fricción en las juntas pasivas puede despreciarse.

Por último, se presenta en la Figura 3 el comportamiento del modelo, obtenido utilizando la trayectoria 1 y el modelo de fricción 330a, en la predicción del comportamiento dinámico de una

Tabla 3
Distintos modelos de fricción y e_{RA} siguiendo la trayectoria 1

Modelo	e_{RA} (DC)	e_{RA} (AL)	e_{RA} (FS)	Modelo	e_{RA} (DC)	e_{RA} (AL)	e_{RA} (FS)
000	93.25	93.25	93.91	030b	21.79	21.72	21.72
020	22.24	22.15	23.27	220	20.56	20.54	20.54
030a	21.01	20.97	21.69	330a	21.35	21.26	21.71
030b	21.85	21.78	22.83				

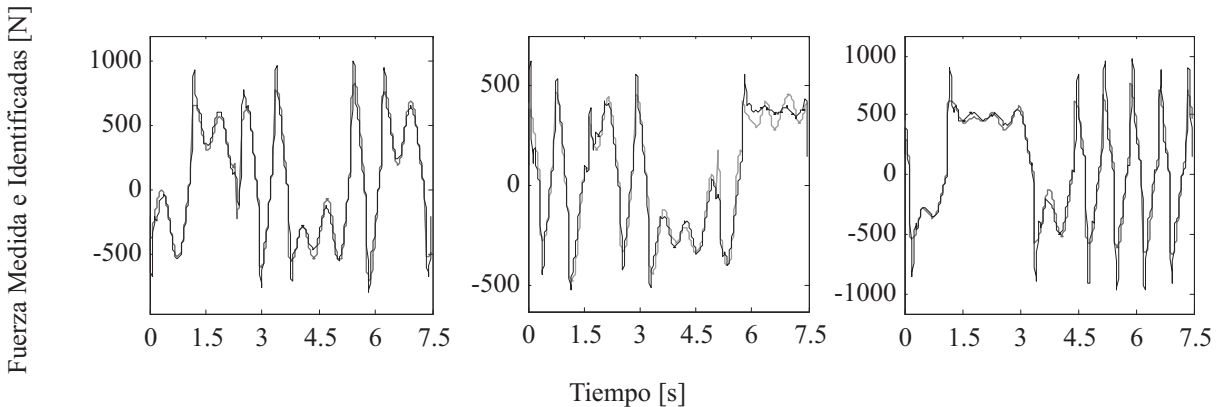


Figura 3. Fuerzas medidas y obtenida mediante parámetros identificados (330a).

trayectoria prueba. Como se aprecia ambas curvas presenta un comportamiento similar.

Conclusiones

En el trabajo se estudiaron tres métodos de obtención de las variables cinemáticas a partir de la medición de posición angular. La evaluación de los métodos empleados se realizó sobre un robot paralelo de 3-RPS. Del análisis de resultados se pueden extraer las siguientes conclusiones: Las diferencias obtenidas, siguiendo los procedimientos muestran concordancia con la señal medida. Sin embargo, la obtención de trayectorias mediante series de Fourier requiere de un control abierto del robot, las diferencias centrales y el ajuste local son una alternativa interesante para la identificación de robots que no disponga control abierto. Las diferencias centrales y el ajuste local presentaron una mayor concordancia con la señal media.

Referencias Bibliográficas

1. Khalil W. y Dombre E.: "Modeling identification and control of robots", Hermes Penton Ltd, 2002.
2. Schiehlen W.: "Research trends in multibody system dynamics". *Multibody System Dynamics*, Vol. 18 (2007) 3-13.
3. Mata, V., Farhat, N., Díaz-Rodríguez, M., Valera, Á., y Page, Á. *Dynamic Parameter Identification for Parallel Manipulators*. In H. Wu (Ed.), *Parallel Manipulators, Towards New Applications*, Vienna: I-Tech Education and Publishing (2008) 21-44.
4. Swevers J., Ganseman C., Tukul D. B., DeSchutter J. y VanBrussel H.: "Optimal robot excitation and identification". *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 13, No. 5 (1997) 730-740.
5. Page A., Candelas P. y Belmar F.: "On the use of local fitting techniques for the analysis of physical dynamic systems". *European Journal of Physics*, No. 2 (2006) 273.
6. Khosla P. K. y Kanade T.: "Parameter Identification of Robot Dynamics", *Proceedings of the 24th IEEE Conference on Decision and Control*. (1985) 1754-1760.
7. Gautier M.: "Numerical Calculation of the Base Inertial Parameters of Robots". *Journal of Robotic Systems*, Vol. 8, No. 4 (1991) 485-506.
8. Piedboeuf, J.-C., de Carufel, J., y Hurteau, R. *Friction and Stick-Slip in Robots: Simulation and Experimentation*. *Multibody System Dynamics*, Vol. 4, No 4 (2000) 341-354.
9. Olsson H., Åström K. J., Canudas-de-Wit C., Gäfvert M. y Lischinsky P.: "Friction Models and Friction Compensation". *European Journal of Control*, No. 4 (1998) 176-195.
10. Grotjahn M., Daemi M. y Heimann B.: "Friction and rigid body identification of robot dynamics". *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 38, No. 10-13 (2001) 1889-1902.

Recibido el 25 de Abril de 2008

En forma revisada el 13 de Abril de 2009